Collection Étincelle

Manuel de l'élève

3e AC

MATHS

3ème année du cycle secondaire collégial

ABDELOUAHED HAMMOURI
Professeur de Mathématiques

HASSAN KHALKALLAH
Professeur de Mathématiques

NOUREDDINE IKHOUANE
Professeur de Mathématiques

éditions APOSTROPHE

Sommaire

Partie 01 Activités numériques

Partie 02 Activités géométriques

Partie 03 Activités statistiques et graphiques

CHAPITRE 02

CALCUL NUMÉRIQUE - IDENTITÉS REMARQUABLES - PUISSANCES

Pré-requis

- Calcul littéral vu en première et deuxième année du collège
- La notion de puissance vue en première et deuxième année du collège
- Opérations sur les nombres rationnels

Compétences visées

- Connaître et utiliser le développement et la factorisation d'une expression littérale dans différentes situations
- Connaître et utiliser la notion de puissance et ses propriétés
- Connaître et utiliser la notation scientifique pour des nombres déminaux

Objectifs

- Développer les connaissances et le savoir-faire de l'apprenant sur la notion de puissance et les priorités de calcul
- Connaître et utiliser les puissances de 10 et la notation scientifique d'un nombre décimal
- Savoir utiliser les identités remarquables dans les deux sens «Développement et factorisation»

Prolongements

- Résolutions des équations, inéquations et systèmes
- Dérivée ; et intégrale la résolution des équations du 2ème , 3ème et 4ème degré - de l'encadrement
- Dans d'autres disciplines et surtout en science physique

JE VÉRIFIE MES ACQUIS

QCM Cocher la bonne réponse.

1. $\frac{1}{2} \times \frac{3}{4} - \frac{2}{3}$ **est égal à :**

a. $\frac{2}{3}$ ☐	**b.** 0 ☐	**c.** $\frac{-7}{24}$ ☐

2. Soit $E = 3(2x - 1)$ **. L'expression E peut s'écrire :**

a. $E = 6x - 3$ ☐	**b.** $E = 6x - 1$ ☐	**c.** $E = 6x$ ☐

3. Soit $F = 5x^2 - 7x$ **, une factorisation de F est :**

a. $F = -2x^3$ ☐	**b.** $F = x(5x - 7)$ ☐	**c.** $F = x(5x^2 - 7)$ ☐

4. L'expression développée de $A = (5x + 3)^2$ **est :**

a. $A = 25x^2 + 9$ ☐	**b.** $A = 25x^2 + 30x + 9$ ☐	**c.** $A = 5x^2 + 9$ ☐

5. L'expression factorisée de $B = 9x^2 - 25$ **est :**

a. $B = (3x + 5)(3x - 5)$ ☐	**b.** $B = (9x - 25)(9x + 25)$ ☐	**c.** $B = (3x - 5)^2$ ☐

6. L'expression développée de $C = (2x + 3)(5x - 2)$ **est :**

a. $C = 10x^2 - 6$ ☐	**b.** $C = 10x^2 + 11x - 6$ ☐	**c.** $C = 7x^2 + 1$ ☐

7. Le nombre 75000 **est égal à :**

a. $7,5 \times 10^4$ ☐	**b.** $7,5 \times 10^3$ ☐	**c.** $0,75 \times 10^2$ ☐

8. Le nombre $10^3 \times (10^2)^2 \times 100$ **est égal à :**

a. 10^{14} ☐	**b.** 10^9 ☐	**c.** 10^7 ☐

ACTIVITÉS DE DÉCOUVERTE

ACTIVITÉ 1

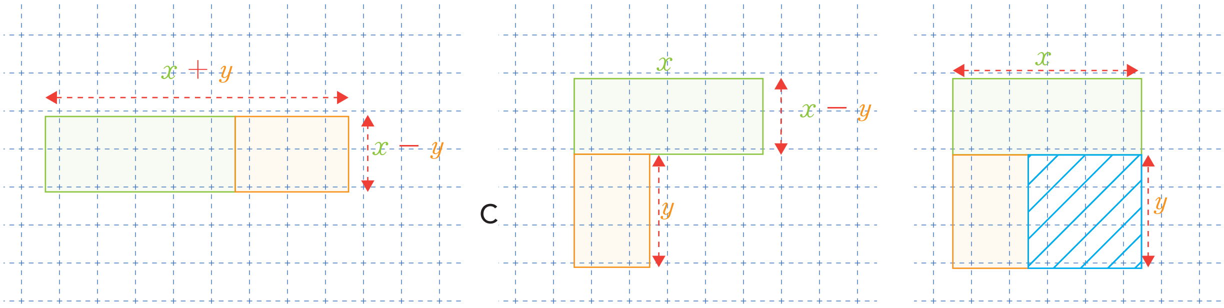
1. Avec des nombres :

a. Développer $(1000 - 3)(1000 + 3)$. que remarques-tu?

Déduire, sans utiliser de calculatrice et sans avoir à poser de multiplication, le résultat de 997×1003.

b. Calculer de la même façon 491×509

2. Une illustration géométrique :



Les rectangles verts et oranges sont respectivement superposables ; x et y sont des nombres positifs, de plus x est strictement supérieur à y .

Traduire cette succession de figures par une égalité. **Justifier**

3. Une identité remarquable de plus.

a et b étant des nombres quelconques, **développer** et **réduire** . $(a + b)(a - b)$

ACTIVITÉ 2

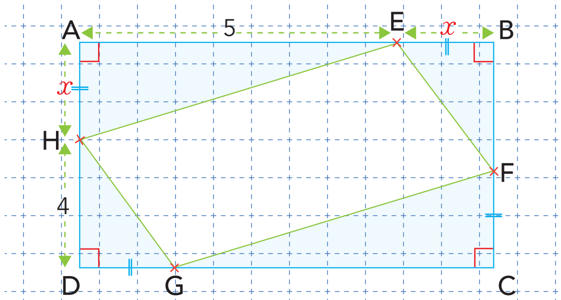
On considère la figure ci-contre :

ABCD est un rectangle et x un nombre positif.

1. Montrer que l'aire du rectangle ABCD est : $A = x^2 + 9x + 20$

2. Montrer que l'aire de la partie bleue est : $S = 9x$

3. En **déduire** que l'aire du quadrilatère EFGH est : $x^2 + 20$



ACTIVITÉ 3

1. Carré d'une somme, somme des carrés.

a. Calculer $(3 + 6)^2$ et $3^2 + 6^2$.

a et b étant deux nombres, les nombres $(a + b)^2$ et $a^2 + b^2$ sont-ils égaux ?

b. Pour plusieurs valeurs de a et b de ton choix, **calculer** la différence $(a + b)^2 - (a^2 + b^2)$.

(On peut utiliser un tableur).

Cette différence dépend-elle des valeurs que tu as choisies? Si oui , **préciser** comment.

2. a. a et b étant des nombres quelconques, en utilisant $(a + b)^2 = (a + b) \times (a + b)$.

Développer et **réduire** $(a + b)^2$ **.**

b. Une illustration géométrique : construis un carré.

En considérant a et b comme des longueurs de segments, **proposer** un découpage de ce carré permettant de traduire l'égalité obtenue à la question précédente par une égalité d'aires.

3. Carré d'une différence, deuxième identité remarquable.

a. a et b étant des nombres quelconques, **développer** et **réduire** $(a-b)^2$.

b. Construire un carré et **proposer** un découpage de ce carré pour donner une interprétation géométrique de cette égalité.

ACTIVITÉ 4

1. a. Calculer : $3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$ puis $3+3+3+3+3$.

b. Lequel des deux nombres s'écrit : 3×5 ?

c. Comment peut-on écrire d'une façon réduite le produit : $3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$?

d. Calculer sans calculatrice : 5^3 ; $(-2)^7$; $1{,}5^4$; $(-1)^{13}$

2. a. Écrire sous forme d'une puissance de base 3 : $3^5 \times 3^2$; $\frac{3^5}{3^2}$; $(3^5)^2$

b. Écrire sous forme d'une seule puissance : $5^4 \times 2^4$; $\frac{20^3}{2^3}$

Que peut-on conjecturer ?

3. Calculer et **comparer** : 2^{-3} et $0{,}5^3$; 4^{-5} et $\left(\frac{1}{4}\right)^5$

Que peut-on conjecturer ?

SVT

ACTIVITÉ 5

• *L'infiniment petit :*

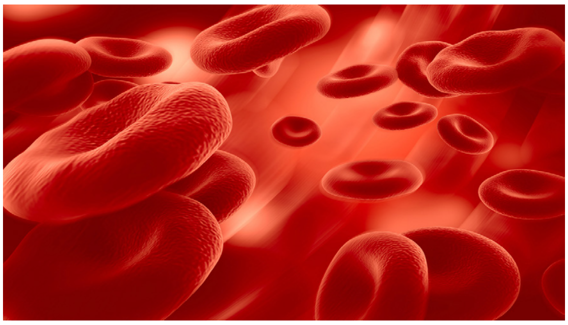
Le sang contient des globules rouges.

Le diamètre normal d'un globule rouge de face est estimé à 7,2 micromètres.

En utilisant le tableau ci dessous, **exprimer** :

$7{,}2\,micro = 7{,}2 \times \ldots\ldots\ldots m$

$14{,}5\,nano = 14{,}5 \times \ldots\ldots\ldots m$



Pico	Nano	Micro	Milli
10^{-12}	10^{-9}	10^{-6}	10^{-3}

K	Méga	Giga	Téra
10^{3}	10^{6}	10^{9}	10^{12}

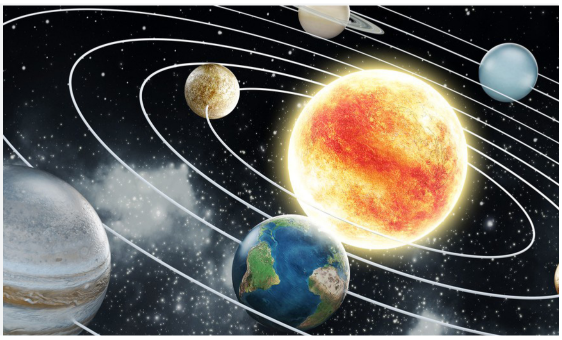
• *L'infiniment grand :*

Donner l'écriture scientifique des nombres suivants :

1. La distance entre la terre et la lune est : 384 000 km.

2. La distance entre la terre et le soleil est : 150 millions de km.

3. La distance entre terre et Sirius est : 80 000 000 000 000 km.



J'APPRENDS LE COURS

1. Les puissances

1.1. Définition

Soit a un nombre non nul, n un nombre entier supérieur à 1:

- Le produit de n facteurs égaux à un nombre non nul a est la puissance(1) de base a et d'exposant n on écrit : $a^n = \underbrace{a \times a \times \ldots\ldots\ldots \times a}_{n \text{ fois } a}$
- **Conventions** : $a^0 = 1 (a \neq 0)$
  $a^1 = a$

Exemple 1

- $(-5)^4 = (-5) \times (-5) \times (-5) \times (-5) = 25 \times 25 = 625$
- $\left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{2 \times 2 \times 2}{3 \times 3 \times 3} = \frac{8}{27}$
- $2021^0 = 1$
- $437^1 = 437$

1.2. Opérations sur les puissances

PROPRIÉTÉS

a et b deux nombres relatifs non nuls et n et m deux entiers naturels tels que : $n > 0$ et $m > 0$.

Même base(2) :

- $a^n \times a^m = a^{n+m}$
- $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$
- $(a^n)^m = a^{n \times m}$

Même exposant(3) :

- $a^n \times b^n = (a \times b)^n$
- $\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$

L'inverse :

- $a^{-m} = \frac{1}{a^m}$

Exemple 2

- $(-2)^7 \times (-2)^5 = (-2)^{7+5} = (-2)^{12}$
- $\frac{1{,}5^7}{1{,}5^5} = (1{,}5)^{7-5} = 1{,}5^2$
- $(6^7)^5 = 6^{7 \times 5} = 6^{35}$
- $2^9 \times 5^9 = (2 \times 5)^9 = 10^9$
- $\frac{15^{12}}{3^{12}} = \left(\frac{15}{3}\right)^{12} = 5^{12}$
- $0{,}5^{-8} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-8} = 2^8$

1.3. Puissances de 10

PROPRIÉTÉS

- $10^n = 1\underbrace{00\ldots\ldots\ldots\ldots0}_{n \text{ zéros}}$; $10^{-n} = \underbrace{0{,}00\ldots\ldots\ldots\ldots0}_{n \text{ zéros}}1$
- $10^0 = 1$; $10^1 = 10$ et $10^{-n} = \frac{1}{10^n}$

Exemple 3

- $10\,000\,000 = 10^7$
- $10^1 = 10$
- $10^4 = 10\,000$
- $10^7 \times 10^5 = 10^{7+5} = 10^{12}$
- $0{,}0001 = 10^{-4}$
- $\frac{10^7}{10^5} = 10^{7-5} = 10^2$
- $10^0 = 1$
- $(10^7)^5 = 10^{7 \times 5} = 10^{35}$

1.4. Écriture scientifique

DÉFINITION

Soit x un nombre positif.
L'écriture scientifique(4) de x est : $x = a \times 10^p$
Avec $1 \leq a < 10$ et p un entier relatif.

Exemple 4

- $783{,}5 = 7{,}835 \times 10^2$
- $0{,}0069 = 6{,}9 \times 10^{-3}$
- $941{,}8 \times 10^{17} = 9{,}418 \times 10^{19}$

2. Développement et factorisation

2.1. Développement

PROPRIÉTÉ

Développer[5] : c'est transformer un produit en une somme algébrique.

$k \times (a+b) = k \times a + k \times b$

$k \times (a-b) = k \times a - k \times b$

Exemple 5

- $5 \times (a+3) = 5 \times a + 5 \times 3 = 5a + 15$
- $8 \times (1{,}5 - a) = 8 \times 1{,}5 - 8 \times a = 12 - 8a$

2.2. Factorisation

PROPRIÉTÉ

Factoriser[6] : c'est transformer une somme algébrique en un produit.

$k \times a + k \times b = k \times (a+b)$

$k \times a - k \times b = k \times (a-b)$

Exemple 6

1) *Factoriser :* $A = 5x - 10$ et $B = 16 + 8a$

- On a : $A = 5x - 10$
  Donc : $A = 5x - 5 \times 2$
  D'où : $A = 5 \times (x-2)$
- On a : $B = 16 + 8a$
  Donc : $B = 8 \times 2 + 8 \times a$
  D'où : $B = 8 \times (2+a)$

2.3. Double développement

PROPRIÉTÉS

a, b, c et d quatre nombres réels : $(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$

Exemple 7

Développer et réduire : $E = (5x+2)(x+4)$ et $F = (3x-1)(2x-7)$

- On a : $E = (5x+2)(x+4)$
  Donc : $E = 5x \times x + 5x \times 4 + 2 \times x + 2 \times 4$
  $= 5x^2 + 20x + 2x + 8$
  Donc : $E = 5x^2 + 22x + 8$
- On a : $F = (3x-1)(2x-7)$
  Donc : $F = 3x \times 2x - 3x \times 7 - 1 \times 2x + 1 \times 7$
  $= 6x^2 - 21x - 2x + 7$
  Donc : $F = 6x^2 - 23x + 7$

3. Identités remarquables

PROPRIÉTÉ

a et b sont deux nombres réels.

Développer →	← Factorisation
$(a+b)^2$	$a^2 + 2ab + b^2$
$(a-b)^2$	$a^2 - 2ab + b^2$
$(a+b)(a-b)$	$a^2 - b^2$

Exemples de développement

Développer et réduire :

$A = (2x+3)^2$; $B = (5x-4)^2$ et $C = (7x-2)(7x+2)$

- On a : $A = (2x+3)^2$
  Donc : $A = (2x)^2 + 2(2x)(3) + (3)^2$
  D'où : $A = 4x^2 + 12x + 9$
- On a : $B = (5x-4)^2$
  Donc : $B = (5x)^2 - 2(5x)(4) + (4)^2$
  D'où : $B = 25x^2 - 40x + 16$
- On a : $C = (7x-2)(7x+2)$
  Donc : $C = (7x)^2 - (2)^2$
  D'où : $C = 49x^2 - 4$

Résumé p. 239

LEXIQUE

(1) Puissance : قوة	(2) La base : الأساس	(3) Exposant : الأس
(4) Écriture scientifique : كتابة علمية	(5) Développer : أنشر	(6) Factoriser : عمل

EXERCICE 1

Calculer : $A = \frac{1}{2} - \frac{3}{5} \times \frac{10}{7}$

Réponse :

On a : $A = \frac{1}{2} - \frac{3}{5} \times \frac{10}{7}$

Donc : $A = \frac{1}{2} - \frac{3 \times 2 \times \cancel{5}}{\cancel{5} \times 7}$

$= \frac{1}{2} - \frac{6}{7}$

$= \frac{7}{2 \times 7} - \frac{6 \times 2}{7 \times 2}$

$= \frac{7 - 12}{14}$

D'où : $A = \frac{-5}{14}$

EXERCICE 2

Calculer et **simplifier** : $B = \frac{3}{5} - \frac{4}{5} \times \left(\frac{1}{2}\right)^3$

Réponse :

On a : $B = \frac{3}{5} - \frac{4}{5} \times \left(\frac{1}{2}\right)^3$

$= \frac{3}{5} - \frac{4}{5} \times \frac{1}{8}$ car $\left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{(1)^3}{(2)^3} = \frac{1}{8}$

$= \frac{3}{5} - \frac{\cancel{4} \times 1}{5 \times 2 \times \cancel{4}}$

Donc : $B = \frac{3}{5} - \frac{1}{10}$

Donc : $B = \frac{3 \times 2}{5 \times 2} - \frac{1}{10}$

Donc : $B = \frac{6 - 1}{10} = \frac{5}{10}$

D'où : $B = \frac{1}{2}$

EXERCICE 3

On considère l'expression suivante :

$E = (x-1)^2 - (x-1)(3x-4)$

1. Développer et **réduire** E.

2. Factoriser E.

3. Calculer E pour $x = 1$ puis pour $x = \frac{1}{3}$

Réponse :

1. Développons et **réduisons** E.

On a : $E = (x-1)^2 - (x-1)(3x-4)$

Donc :

$E = [(x)^2 - 2(x)(1) + (1)^2] - [3x^2 - 4x - 3x + 4]$

Donc : $E = x^2 - 2x + 1 - 3x^2 + 4x + 3x - 4$

D'où : $E = -2x^2 + 5x - 3$

2. Factoriser E.

On a : $E = \underline{(x-1)}^2 - \underline{(x-1)}(3x-4)$

Donc : $E = (x-1)[(x-1) - (3x-4)]$

$= (x-1)[x - 1 - 3x + 4]$

Donc : $E = (x-1)(-2x+3)$

3. Calculer E pour $x = 1$ puis pour $x = \frac{1}{3}$

On a : $E = (x-1)(-2x+3)$

- Pour $x = 1$, on obtient :

  $E = (1-1)(-2(1)+3) = 0 \times 1 = 0$

- Pour $x = \frac{1}{3}$, on choisit l'expression :

  $E = -2x^2 + 5x - 3$

  Donc : $E = -2\left(\frac{1}{3}\right)^2 + 5 \times \frac{1}{3} - 3$

  Donc : $E = \frac{-2}{9} + \frac{15}{9} - \frac{27}{9}$

  D'où : $E = \frac{-14}{9}$

EXERCICE 4

1. Écrire en puissance de base 10 :

$A = 5^6 \times 8^2 \times 0,001$

$B = \frac{25^6 \times 2^6 \times 2}{2^{-5} \times 1000}$

2. Donner l'écriture scientifique des nombres C et D :

$C = \frac{253 \times (10^3)^7}{0,44 \times 10^{12}}$

$D = 75,2 \times 10^{27} + 138 \times 10^{26}$

Réponses :

1. Pour les expressions A et B, on remarque que : $8 = 2^3$ et $25 = 5^2$.

Donc A et B deviennent :

- $A = 5^6 \times (2^3)^2 \times 0,001$

  $A = 5^6 \times 2^6 \times 10^{-3}$

  $A = (5 \times 2)^6 \times 10^{-3}$

  $A = 10^6 \times 10^{-3}$

  $A = 10^3$

- $B = \frac{25^6 \times 2^6 \times 2}{2^{-5} \times 1000}$

$B = \dfrac{(5^2)^6 \times 2^6 \times 2^1}{2^{-5} \times 10^3}$

$B = 5^{12} \times 2^{12} \times 10^{-3}$

$B = 10^{12} \times 10^{-3}$

$B = 10^9$

2.

- On a : $C = \dfrac{253 \times 10^{21}}{0,44 \times 10^{12}} = \dfrac{253}{0,44} \times \dfrac{10^{21}}{10^{12}}$

  Donc : $C = 575 \times 10^9$

  $= 5,75 \times 10^2 \times 10^9$

  D'où : $C = 5,75 \times 10^{11}$

- On sait que D est une somme et que l'écriture scientifique est un produit, alors on factorise D.

  $D = 752 \times 10^{26} + 138 \times 10^{26}$

  (10^{26} est un facteur commun)

  $D = (752 + 138) \times 10^{26}$

  $D = 890 \times 10^{26}$

  $D = 8,90 \times 10^{28}$

EXERCICE 5

Calculer sans poser la multiplication et sans calculatrice :

$E = 347536^2 - 2 \times 347536 \times 347535 + 347535^2$

$F = 687913^2 - 3687912^2$

Réponses :

- E a la forme de la deuxième identité remarquable où $a = 347536$ et $b = 347535$

  Or on sait que : $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$

  Alors : $E = (347536 - 347535)^2 = 1^2$

  $E = 1$

- F a la forme de la troisième identité remarquable où $a = 687913$ et $b = 687912$

  Or : $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$

  Donc : $F = (687913 - 687912)(687913 + 687912)$

  $F = 1 \times 1375825$

  D'où : $F = 1375825$.

EXERCICE 6

1. Déterminer les entiers a et b sachant que : $1000 = 2^a \times 5^b$.

2. Déterminer les entiers relatifs p et q tel que : $\dfrac{1}{125000} = 2^p \times 5^q$.

Réponse :

1. Déterminons les entiers a et b

On a : $2^a \times 5^b = 1000$.

Et : $1000 = 10^3 = (2 \times 5)^3 = 2^3 \times 5^3$.

Donc : $2^a \times 5^b = 2^3 \times 5^3$.

D'où : $a = 3$ et $b = 3$.

2. Déterminons p et q

On a : $2^a \times 5^b = \dfrac{1}{125000}$.

Et : $125000 = 125 \times 10^3 = 5^3 \times (2^3 \times 5^3)$.

Donc : $125000 = 2^3 \times 5^6$.

$2^p \times 5^q = \dfrac{1}{2^3 \times 5^6} = 2^{-3} \times 5^{-6}$.

D'où : $p = -3$ et $q = -6$.

EXERCICE 7

Sachant qu'un oiseau-mouche « pèse » $2g$ et qu'une baleine bleue «pèse» $1,38 \times 10^5 kg$.

Combien faudrait-il d'oiseaux-mouches pour équilibrer une baleine bleue sur le plateau d'une balance ?

Réponse :

- Oiseau-mouche pèse $2g = 2 \times 10^{-3} kg$.
- Une balaine bleue pèse : $1,38 \times 10^5 kg$.

  D'où la quantité d'oiseaux -mouches nécessaires pour équilibrer la balance est :

  $q = \dfrac{1,38 \times 10^5}{2 \times 10^{-3}}$

  Donc : $q = \left(\dfrac{1,38}{2}\right)(\mathrm{AO}^{5-(-3)})$

  $q = 0,69 \times 10^8$

  $q = 6,9 \times 10^{-1} \times 10^8$

  D'où : $q = 6,9 \times 10^7$

EXERCICE 8

Calculer et **simplifier** les expressions suivantes :

a. $A = \frac{3}{5} - \frac{2}{7} \times \frac{14}{4}$

b. $B = \frac{4}{3} - \frac{1}{3} \times \frac{5}{2}$

c. $C = \left(2 - \frac{1}{3}\right)\left(3 - \frac{1}{2}\right)$

d. $D = \left(1 - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{8} \times \frac{16}{9}$

e. $E = \left(3 - \frac{9}{4}\right)^{-2} \div \left(3 + \frac{9}{4}\right)^2$

f. $F = 3 - \frac{1}{3 - \frac{1}{5}}$

EXERCICE 9

Calculer et **simplifier** les expressions suivantes :

$I = 12 \times 10^2 \times 5 \times 10^4$;

$J = -3{,}1 \times (10^{-2})^3 \times 10^7$;

$K = \frac{0{,}3 \times 10^2 \times 5 \times 10^{-3}}{4 \times 10^{-7}}$;

$L = 25 \times 10^2 - 4{,}5 \times 10^3$;

$M = 29 \times 10^{-2} + 3{,}5 \times 10^{-4}$;

$N = \frac{35 \times 10^2 \times 2 \times (10^6)^{-2}}{4 \times (10^{-2})^4 \times 6 \times 10^{-2}}$.

EXERCICE 10

Pour chacune des expressions suivantes, **donner** la notation scientifique :

$Q = 25{,}132 \times 10^2$; $S = (2{,}15 \times 10^{-1})^2$;

$R = 700 \times 0{,}00035$; $T = \frac{4 \times 10^{-3} \times 3 \times 10^5}{6 \times 10^{-2} \times 1{,}5}$.

EXERCICE 11

Recopier et **relier** chaque nombre de la colonne de gauche avec celui de la colonne de droite.

$x - 5x(x-1)$ •	• $(2x-5)(2x+5)$
$4x^2 - 25$ •	• $16 + 24x + 9x^2$
$x^2 - 6x + 9$ •	• $-5x^2 + 6x$
$(3x+4)^2$ •	• $(x-3)^2$

EXERCICE 12

Développer et **simplifier** les expressions suivantes :

$A = 5x(x-1) - x(2x+4)$

$B = (3x-4)(x+5) - (x+2)^2$

$C = (4x-7)^2 - (3x-5)(3x+5)$

$D = (2x-1)^2 + (3x-1)^2 - (4x-1)(4x+1)$

EXERCICE 13

Factoriser les expressions suivantes :

$A = 25x^2 - 15x$

$B = (2x-3)(x-1) + (x-1)(5x-7)$

$C = (4x-5)^2 + (4x-5)(3x+6)$

$D = (7x-6)(2x+1) - (2x+1)^2$

EXERCICE 14

Factoriser les expressions suivantes en utilisant :

$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$

a. $A = x^2 - 4$

b. $B = 9x^2 - 25$

c. $C = 4x^2 - 1$

d. $D = (x+1)^2 - 16$

e. $E = (5x-1)^2 - (x+3)^2$

f. $F = -(7x-1)^2 + (x+4)^2$

EXERCICE 15

Factoriser les expressions suivantes en utilisant :

$a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$; $a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$

a. $A = x^2 - 4x + 4$

b. $B = x^2 + 6x + 9$

c. $C = 4x^2 + 12x + 9$

d. $D = 9x^2 - 6x + 1$

e. $E = -x^2 + 2x - 1$

f. $F = 25x^2 + 70x + 49$

EXERCICE 16

Calculer astucieusement :

- $212524^2 - 212523^2$
- $(n+1)^2 - (n-1)^2$

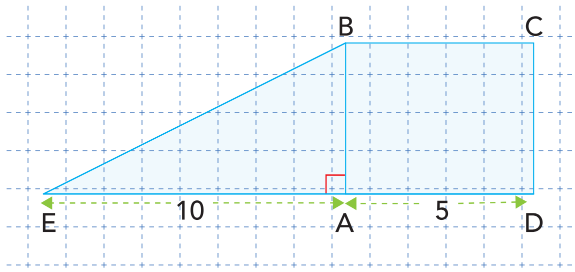
EXERCICE 17

On considère la figure ci-dessous :

ABE est un triangle rectangle en A ;

et ABCD est un rectangle.

On donne : $AD = 5$; $CD = x$; $AE = 10$



1. **Calculer** l'aire du rectangle ABCD en fonction de x.

2. **Calculer** l'aire du triangle ABE en fonction de x.

3. Que peut- on en **déduire** ?

EXERCICE 18

Recopier et **compléter** le tableau ci-dessous :

Nombre	Ecriture scientifique
3500	....
0,136	....
2700000	....
-0,00019	....
34×10^{-3}	....
$12,17 \times 10^{5}$	....

EXERCICE 19

On considère les expressions suivantes :

$M = 2x^2 - 5x + 3$ et $N = x - 1$

1. **Recopier** et **compléter** le tableau suivant :

x	$M = 2x^2 - 5x + 3$	$N = x - 1$
-1	....	....
0	....	....
1	....	....
2	....	....
3	....	....
$\frac{7}{2}$	....	....

2. **Déterminer** les valeurs de x, pour les quelleq $M = N$.

EXERCICE 20

Développer et **réduire** les expressions suivantes :

a. $D = (3x + 4)^2$

b. $E = (5x - 3)^2$

c. $F = (7x - 4)(7x + 4)$

EXERCICE 21

Factoriser les expressions suivantes :

a. $G = 5x^2 - 7x$

b. $H = 49x^2 - 16$

c. $I = 25x^2 - 20x + 4$

EXERCICE 22

Soient a et b deux nombres rationnels :

1. **Montrer** que : $(a + b)^2 - (a - b)^2 = 4ab$

2. En utilisant l'égalité précédente **simplifier** : $\left(\frac{x}{4} + 5\right)^2 - \left(\frac{x}{4} - 5\right)^2$

EXERCICE 23

Recopier et **compléter** le tableau ci-dessous :

Forme factorisée	Forme développée
$(2x - 3)(x - 1)$	....
$(3x + 4)^2$	....
....	$25x^2 - 70x + 49$
$(9x - 1)(9x + 1)$	....
....	$4x^2 - 25$

EXERCICE 24

Soit a un nombre rationnel.

On considère l'expression : $S = 1 + a + a^2 + a^3$

1. **Montrer** que : $(a - 1)(1 + a + a^2 + a^3) = a^4 - 1$

2. En **déduire** que : $S = \frac{a^4 - 1}{a - 1}$ pour $a \neq 1$

3. **Calculer** en utilisant l'expression S ;

la valeur de : $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}$

EXERCICES D'APPROFONDISSEMENT

EXERCICE 25

Réduire les expressions algébriques suivantes :

$A = \dfrac{5x-2}{3} - \dfrac{4x-1}{2}$ $\qquad C = \dfrac{5y-3}{2y-1} + \dfrac{2y-1}{5y-3}$

$B = \dfrac{3a-4}{a+1} - \dfrac{a-1}{3a+4}$ $\qquad D = \dfrac{x^2-1}{x^2+2} - \dfrac{x^2-2}{x+1}$

EXERCICE 26

Calculer et **simplifier** :

$A = \left(\dfrac{3}{4}\right)^2 \times \left(\dfrac{2}{3}\right)^3 - \dfrac{1}{5}$

EXERCICE 27

Soit : $B = 51{,}23 \times 10^4 - 2{,}5 \times 10^3$

Donner la notation scientifique de B.

EXERCICE 28

Soit : $C = \dfrac{124{,}1 \times 10^{-5} \times 3{,}2 \times (10^4)^2}{(6{,}2 \times 10^3)^2 \times (10^{-1})^6 \times 64}$

Donner la notation scientifique de C.

EXERCICE 29

On considère l'expression : $E = x^2 - 5x + 6$

1. **Vérifier** que : $A = (4 - 4x + x^2) + (2 - x)$
2. Factoriser l'expression A.
3. En **déduire** la factorisation du nombre : $E = x^2 - 5x + 6 + (x-3)^2$

EXERCICE 30

Soit x un nombre rationnel.

On considère l'expression : $A = 3x^3 + 4x^2 - 5x - 2$

1. **Développer** et **simplifier** l'expression : $(x+2)(3x+1)$
2. **Montrer** que : $A = (x-1)(3x^2 + 7x + 2)$
3. En **déduire** que : $A = (x-1)(x+2)(3x+1)$

EXERCICE 31

Recopier et **compléter** le tableau ci-dessous :

P	pico	10^{-12}	0,000 000 000 001
n	nano	....	0,000 000 001
u	micro	10^{-6}	....
m	mili	....	0,001
c	centi	10^{-2}	....
d	déci	....	0,1
da	déca	10^1	....
h	hecto	....	100
k	kilo	10^3	....
M	méga	....	1 000 000
G	giga	10^9	....
T	téra	....	1 000 000 000 000

SVT EXERCICE 32

Si on injecte une quantité d'antibiotique dans un miieu contenant une souche bactérienne, le nombre de ces bactéries est 1 048 576

($2^{20} = 1\,048\,576$)

1. **Recopier** et **compléter** le tableau suivant :

L'heure	Nombre des bactéries	Puissance de 2
1	524 288	2^{19}
2	....	2^{18}
3	....	2^{17}
4	....	2^{16}
...	....	....
10	....	....
11	....	....

2. **A Quelle heure** l'exposant de 2 sera 0 ?
3. **A quelle heure** le nombre des bactéries sera 0,125?

EXERCICE 33

Vidéo : http://bit.ly/2QdjWz6

On considère l'expression :

$E = (3x+5)^2 - 4(3x+5)$

1. **Développer** et **réduire** E.
2. **Montrer** que : $E = (3x+5)(3x+1)$
3. **Calculer** E pour $x = 0$ et pour $x = \dfrac{-1}{3}$

EXERCICE 34

On considère l'expression :

$F = 4x^2 - 9 - (2x - 3)(5x + 2)$

1. a. Montrer que : $(2x - 3)(5x + 2) = 10x^2 - 11x - 6$

b. En **déduire** que : $F = -6x^2 + 11x - 3$

c. **Calculer** F pour $x = -2$ et pour $x = \frac{3}{2}$

2. a. Montrer que : $4x^2 - 9 = (2x - 3)(2x + 3)$

b. En **déduire** que : $F = (2x - 3)(-3x + 1)$

EXERCICE 35

Calculer et **simplifier**.

$A = \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+2}$ $\qquad B = \frac{1}{ab} - \frac{a+b}{b} + \frac{a-b}{a}$

$C = x + \frac{1}{x} + y - \frac{1}{y} - 4$

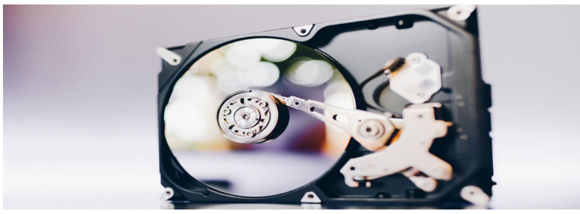
$D = \frac{x - y + z}{x} - \frac{x + y - z}{y} + \frac{x + y + z}{z}$

Techno

EXERCICE 36

En informatique, on utilise comme unités de mesure les multiples suivants de octet.

1 To	1 Go	1 Mo	1 Ko
10^{12} octets	10^9 octets	10^6 octets	10^3 octets



On partage un disque dur de 1,5 To en dossiers de 60 Go chacun.

Déterminer le nombre de dossiers obtenus.

Remarques :

To : est l'abréviation de téra-octet ;

Go : est l'abréviation de giga-octet ;

Mo : est l'abréviation de méga-octet ;

Ko : est l'abréviation de kilo-octet.

EXERCICE 37

Soit l'expression : $S = (1 - x)(1 + x)(1 + x^2)(1 + x^4)$

1. Montrer que : $S = 1 - x^8$

2. Calculer S pour : $x = \frac{1}{2}$

EXERCICE 38

Soit l'expression : $S = 1 + x + x^2 + x^4$ et $x \neq 1$

1. a. Montrer que : $(1 - x)(1 + x + x^2 + x^3 + x^4) = 1 - x^5$

b. En **déduire** que : $S = \frac{x^5 - 1}{x - 1}$

2. Déterminer la valeur de E :

$E = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16}$

SVT

EXERCICE 39

Dans 1 mm³ de sang, il y a 5 millions de globules rouges.

1L de sang est composé d'environ 450 cm³ de globules rouges.

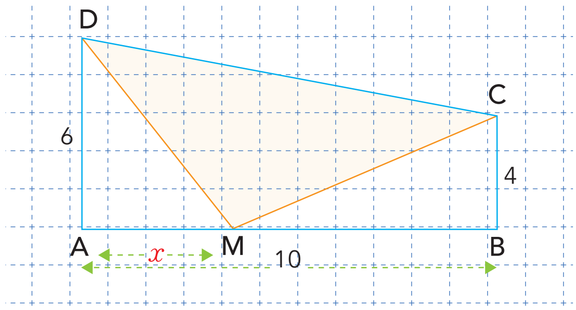
Quel est le volume d'un globule rouge en µm³ ? (µ signifie micro)

EXERCICE 40

ABCD est un trapèze rectangle en A et B.

M est un point variable du segment [AB].

On note x la longueur de AE (les longueurs sont exprimées en cm).



1. Montrer que l'aire du triangle AMD est : $S_{AMD} = 3x$ et que l'aire du triangle CMB est : $S_{CMB} = 20 - 2x$

2. a. Recopier et **Compléter** le tableau suivant :

	1	2	4	5	8
S_{AMD} (en cm²)	....	....	....	....	....
S_{CMB} (en cm²)	....	....	....	....	....

b. **Quelle** est la valeur de x pour laquelle les deux aires S_{AMD} et S_{CMB} sont égales ?

3. Déterminer en fonction de x l'aire du triangle DMC.

JE M'ÉVALUE

QCM **Cocher la bonne réponse.**

1. $\left(1-\frac{1}{2}\right)^2 \times \frac{4}{3}$ **est égale à :**

a. $\frac{1}{3}$ ☐	**b.** $\frac{4}{6}$ ☐	**c.** 0 ☐

2. $(x-5)^2$ **est égale à :**

a. x^2-25 ☐	**b.** $25x^2$ ☐	**c.** $x^2-10x+25$ ☐

3. $(2x-1)(2x+1)$ **est égale à :**

a. $(2x-1)^2$ ☐	**b.** $4x^2-4x-1$ ☐	**c.** $4x^2-1$ ☐

4. $\frac{5^2 \times 5}{5^3}$ **est égale à :**

a. 1 ☐	**b.** $\frac{50}{15}$ ☐	**c.** 5^2 ☐

5. La notation scientifique de 500×0.0007 **:**

a. $0{,}035$ ☐	**b.** 35×10^{-3} ☐	**c.** $3{,}5 \times 10^{-1}$ ☐

6. La factorisation de $4x^2-25$ **est :**

a. $(2x-5)^2$ ☐	**b.** $(2x-5)(2x+5)$ ☐	**c.** $-21x^2$ ☐

7. La factorisation de $x^2-10x+25$ **est :**

a. $(x+5)^2$ ☐	**b.** $(x-5)(x+5)$ ☐	**c.** $(x-5)^2$ ☐

8. La valeur de n est : $2^{2n+1} = 32$ **:**

a. $n=2$ ☐	**b.** $n=1$ ☐	**c.** $n=3$ ☐

AUTO-FORMATION

EXERCICE 41

Calculer la valeur de $A = \frac{a-b}{a+b}$,

sachant que : $2(a^2+b^2) = 5ab$

EXERCICE 42

Démontrer que : $ab - \frac{1}{4} = -\left(\frac{1}{2}-a\right)^2$

Sachant que : $a+b=1$

EXERCICE 43

Sachant que : $a+b+c=0$

1. Montrer que : $a^3+b^3+c^3 = 3abc$

2. En **déduire** que : $\frac{a^2}{bc}+\frac{b^2}{ac}+\frac{c^2}{ab} = 3$

EXERCICE 44

Sachant que : $xyz = 1$, **Montrer** que :

$$\frac{x}{xy+x+1}+\frac{y}{yz+y+1}+\frac{yz}{yz+y+1} = 1$$

EXERCICE 45

Montrer que :

$$\frac{7^{2y-3} \times 2^{x+2} \times 3^{2x}}{2^x \times 7^{2y-2} \times 3^{2x-1} \times 2^2} = \frac{3}{7}$$

EXERCICE 46

Montrer l'égalité :

$$4^x(5^x+5^{x+1}+5^{x+2}) = 20^x \times 31$$

FICHE DE REMÉDIATION

Des erreurs pas comme les autres !

→ Objectifs : Remédier aux difficultés liées aux :

- *Calcul des puissances*
- *développement et factorisation.*

Vidéo : http://bit.ly/2Qgaafv

Activités de remédiation aux difficultés	Remédiation	Critères et indicateurs
1 Calcul : • $4x + 5x = 9x^2$ • $(5x)^2 = 5x^2$ • $(3x)^2 = 9x$	• $4x + 5x = (4 + 5)x = 9x$ • $(5x)^2 = (5)^2(x)^2 = 25x^2$ • $(3x)^2 = (3)^2(x)^2 = 9x^2$	Règles à connaître : • $ka + kb = k(a + b)$ • $(ab)^n = a^n b^n$ • $(ab)^2 = (a)^2(b)^2$
2 • $4(x - 3) = 4x - 3$ • $(x + 7)^2 = x^2 + 7^2 = x^2 + 49$ • $(x + 3)(x + 4) = x^2 + 12$	• $4(x - 3) = 4x - 12$ • $(x + 7)^2 = (x)^2 + 2(x)(7) + (7)^2$ $= x^2 + 14x + 49$ • $(x + 3) \times (x + 4) = x^2 + 4x + 3x + 12$ $= x^2 + 7x + 12$	Régles : • $k(a - b) = ka + kb$ • $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ • $(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$
3 Factorisation : • $x^2 + 4 = (x + 2)(x - 2)$ • $x^2 - 25 = (x - 5)^2$	• $x^2 + 4$: On ne peut pas factoriser • $x^2 - 25 = (x)^2 - (5)^2$ $= (x - 5)(x + 5)$	Règle • $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ Remarque • $a^2 + b^2 \neq (a - b)(a + b)$
4 Puissances et Ecriture scientifique • $-5^2 = 25$ • $7^2 = 14$ • $531,89 = 5,31 \times 10^{-2}$	• $-5^2 = -5 \times 5 = -25$ • $7^2 = 7 \times 7 = 49$ • $531,89 = 5,31 \times 10^{+2}$	Remarques • $-a^2 = -a \times a = -a^2$ • $(-a)^2 = (-a) \times (-a) = a^2$

Auto-remédiation

Voir corrigé p 244

1. Développer et réduire : $(2x - 3)^2$;

$(5x - 4)(5x + 4)$

2. Factoriser : $5x^2 - 7x$; $9x^2 - 16$

3. Donner l'écriture scientifique $a = 0,000172$

Évasion culturelle :

John Von Neumann

(1903-1957)

*Cherchant **à réduire** les temps de **calcul**, John Von Neumann est un des inventeurs de l'ordinateur.*

Dans un contexte de guerre mondiale puis de guerre froids, ses travaux ont été essentiels tant en informatique, qu'en économie.